ZADACI IZ AFINE GEOMETRIJE

(1) Odrediti afinu transformaciju ravni koja tačke $A(1,-2)$, $B(1,-1)$ i $C(0,1)$ redom preslikava u tačke $A_1(0,4)$, $B_1(-2,6)$ i $C_1(3,-2)$.
(2) Odrediti afinu transformaciju ravni koja koordinatne ose O_x i O_y preslikava redom u prave $2x+3y+1=0$ i $x-y-7=0$.
(3) Ako je $\tau = t_a$, translacija za vektor a i $\eta = h(S,k)$, $k \neq 1$, dokazati da je svaka od kompozicija $\tau \circ \eta$ i $\eta \circ \tau$ homotetija i odrediti njihova središta P i Q.
(4) Neka je $\sigma : \mathfrak{E} \to \mathfrak{E}$ afino preslikavanje takvo da je za svaku tačku $M \in \mathfrak{E}$ tačka $\sigma^2(M)$ središte duži $M\sigma(M)$.
   a) Dokazati da je za svaku tačku $M \in \mathfrak{E}$ baricentar tačka $(M,1)$ i $(\sigma(M),2)$ fiksna tačka preslikavanja σ.
   b) Odrediti σ u slučaju kada ima tačno jednu fiksnu tačku.
(5) Dokazati da je kompozicija tri centralne simetrije čiji centri A,B,C nijesu kolinearne tačke, takodje neka centralna simetrija.
(6) Ako je kompozicija tri centralne simetrija $\sigma_C \circ \sigma_B \circ \sigma_A$ takodje neka centralna simetrija σ_D dokazati da parovi tačaka (A,C) i (B,D) imaju zajedničko središte.
(7) Kompozicija tri centralne simetrije čiji su centri na jednoj pravoj je takodje centralna simetrija.
(8) Ako se krugovi k_1 i k_2 dodiruju u centru neke inverzije, tada se oni tom inverzijom slikaju u dvije paralelne prave. Dokazati.
(9) Neka se inverzijom ψ_k tačka A koja ne pripada krugu k slika u tačku A' i neka je l proizvoljan krug koji sadrži A i A'. Dokazati da je krug l ortogonalan na krug k.
(10) Neka je O centar opisanog kruga l trougla ABC. Ako su B' i C' tačke polupravih AB i AC takve da je $AB \cdot A'B' = AC \cdot A'C'$ dakazati da je BA ortogonalno na $B'C'$.
(11) Neka se krugovi k_1, k_2, k_3 medjusobno dodiruju u tačkama P, Q, R. Dokazati da je krug opisan oko trougla PQR ortogonalan na sva tri kruga.
(12) Konstruisati krug koji sadrži dvije date tačke A i B i dodiruje datu pravu p.
(13) Konstrusati krug k koji sadrži datu tačku A i dodiruje krugove k_1 i k_2.
(14) Ako su P, Q, R tačke u kojima upisani krug trougla ABC dodiruje stranice BC, CA i AB dokazati da su prave AP, BQ i CR konkurentne.
(15) Dokazati da se bisektrise jednog unutrašnjeg i dva spoljašnja ugla trougla ABC sijeku u jednoj tački.
(16) Ako je $l(O,r)$ opisani krug, $k(S,\rho)$ upisani krug i $k_a(S_a,\rho_a)$ spolja upisani krug koji dodiruje stranicu BC datog trougla ABC, dokazati da je $OS^2 = r^2 - 2r\rho$ i $OS_a^2 = r^2 + 2r\rho_a$.
(17) Prava odredjena visinom AD trougla ABC predstavlja radikalnu osu krugova kojima su prečnici težišne linije BB' i CC'. Dokazati.